1. Reference:
2. Course: <https://www.bilibili.com/video/av8019292/>
3. Sketch of Tongji
4. Ep 01: 曲线曲面; 活动标架; 张量分析; 向量运算; (2018-3-1)
5. Ep 02: inner product, outer product; 向量函数(参数方程); 向量的微积分; (2018-3-1)
6. Ep 03: 常用解析条件的几何判定式; 曲线的哪些性质和空间位置无关; 标架, 正交标架; (2018-3-1)
7. Ep 04: 合同变换(就是等距变换); 定理2.1(转轴 + 移轴); (2018-3-1)
8. Ep 05: 参数曲线; 正则曲线; (2018-3-1)
9. Ep 06: 空间曲线; 切向量; 弧长作为参数; (2018-3-1)
10. Ep 07: 定理1, r = r(t)的参数是弧长参数 <=> |r’(t)| = 1; Frenet frame; (2018-3-1)
11. Ep 08: Frenet-Serret formulas; TNB; (2018-3-1)
12. Ep 09: 参数是内在坐标; curvature(曲线在一点邻近的弯曲程度); (2018-3-1)
13. Ep 10: 曲率半径, 曲率中心; torsion of a curve(曲线在一点的扭转程度); (2018-3-1)
14. Ep 11: 计算公式; Frenet-Serret formulas; TNB; (2018-3-1)
15. Ep 12: 密切曲线; (2018-3-1)
16. Ep 13: 密切平面; 形状由曲率挠率完全决定; (2018-3-1)
17. Ep 14: 左旋右旋; 平面曲线 <=> 密切平面过零点; (2018-3-1)
18. Ep 15: 渐缩线(曲率中心轨迹); 渐伸线; 一般螺线(切线与固定方向成定角); (2018-3-1)
19. Ep 16: 几何不变量; 性质1, 弧长, 曲率, 挠率是可允许参数变换的不变量; 性质2, 弧长, 曲率, 挠率是刚体运动的不变量; (2018-3-1)
20. Ep 17: 推论, 若曲线r1(s)和r2(s)的曲率和挠率相等, 则存在合同变换; 自然方程; (2018-3-1)
21. Ep 18: 一般螺线; 球面曲线; (2018-3-1)
22. Ep 19: 球面曲线 <=> 法平面过定点; (2018-3-1)
23. Ep 20: 曲线->切线->弧长->活动标架(R, T, N, B)->曲率挠率->Frenet-Serret ->基本定理; 正则曲面->切平面->度量->活动标架->第二基本形式(曲率)->基本公式->基本定理->结构方程->特殊曲面; (正则)曲面的定义; 坐标曲线(u曲线, v曲线); (2018-3-1)
24. Ep 21: 坐标切向量; 球极投影; (2018-3-2)
25. Ep 22: 切平面(ru, rv确定的平面); 命题1, 曲面S在一点的所有切向量构成一个平面, 该平面以{ru, rv}为基; 单位法向量; (2018-3-2)
26. Ep 23: 曲面的定向; 可允许参数变换; 性质, 曲面的切平面和法线与参数选取无关; (2018-3-2)
27. Ep 24: 曲面的第一基本形式; (2018-3-2)
28. Ep 25: 定理1, I是参数变换的不变量, 但度量矩阵并非不变量; (2018-3-2)
29. Ep 26: 定理2, I和度量矩阵均为合同变换的不变量; 曲线族和曲线网的微分方程; 正规曲线网; (2018-3-2)
30. Ep 27: u曲线(dv = 0); 参数网(dudv = 0); 两族曲线正交的充要条件; 命题3, 曲线上任一正规曲线网都可以取为参数曲线网; 命题4, 曲线上任一点P处存在一个邻域D, 使在D上总可取到正交参数曲线网; (2018-3-2)
31. Ep 28: 曲面的第二基本形式(点的邻近点与切平面的距离); 点到平面的离差(点到平面的代数距离), 用于描述某一方向的弯曲程度; (2018-3-2)
32. Ep 29: 双线性映射; 定理, II在保持参数变换及合同变换是不变的, 否则改变符号; (2018-3-2)
33. Ep 30: 球面; 曲面上曲线的法曲率; (2018-3-2)
34. Ep 31: C在P点的法曲率; 命题1(梅尼埃定理), 两条相切的曲线在切点具有相同的法曲率; 法曲率的几何意义, 描述曲面在一点邻近沿方向X的弯曲程度和弯曲方向; (2018-3-2)
35. Ep 32: 渐进方向, 法曲率为零的方向; 椭圆点, 双曲点, 抛物点; 渐近线, 曲面上的曲线C若任一点的切方向均为S的渐进方向; (2018-3-2)
36. Ep 33: 渐近线网; 命题1, 曲面上的参数曲线网是渐近线网 <=> L = N = 0; Weingarten变换; 高斯映射; 命题2, W与参数选取无关; (2018-3-2)
37. Ep 34: 命题3, II(x, y) = <X, WY> = I(X, WY); 命题4, W是自共轭变换, 即<WX, Y> = <X, WY>, 即I(WX, Y) = I(X, WY); 主曲率, W的特征值; 主方向, W的特征方向; 曲率线, 任意切方向的主方向曲线; (2018-3-2)
38. Ep 35: 命题1, 曲面上参数曲线网是曲率线网 <=> F = M = 0; 命题2, S上方向D为主方向 <=> dn = -lamda\*dr; 命题3, Euler公式; 推论, 两个主曲率是所有法曲率的最大值和最小值; (2018-3-2)
39. Ep 36: Gauss曲率K, 两个主曲率的乘积; 平均曲率, 两个主曲率的平均值; 命题4, k = det W; 主曲率是方程 lambda^2 - 2H\*lambda + k = 0 的两个根; (2018-3-2)
40. Ep 37: 高斯曲率的几何意义; S的第三基本形式; 取曲率线参数网; (2018-3-2)
41. Ep 38: 曲面在一点的邻近曲面; 近似曲面; (2018-3-2)
42. Ep 39: 椭圆点, 椭圆抛物面; 双曲点, 双曲抛物面; 抛物点, 抛物柱面/平面; (2018-3-2)
43. Ep 40: 常高斯曲率曲面; 可展曲面(K = 0); 常平均曲率曲面; 极小曲面; 全脐点曲面; 定理, 全脐曲面必为平面或球面; (2018-3-2)
44. Ep 41: 旋转曲面方程; (2018-3-3)
45. Ep 42: 具有常高斯曲率的旋转曲面(球面, 圆锥面); (2018-3-3)
46. Ep 43: 具有常高斯曲率的旋转曲面(曳物线); 旋转极小曲面(悬链面); (2018-3-3)
47. Ep 44: 直纹面, 空间中一条动直线沿一条给定曲线连续变动所形成的轨迹, 曲线称为准线, 动直线称为母线; r = a(u) + v\*b(u); 正螺面, 柱面, 锥面, 切线面; (2018-3-3)
48. Ep 45: 可展曲面(高斯曲率0的直纹面); 命题1, 直纹面r = a(u) + v\*b(u)是可展曲面 <=> (a’, b, b’) = 0 <=> 沿直母线切平面重合; 定理2, 可展曲面必为柱面锥面或切线面; 命题3, 曲面为可展曲面 <=> k恒等于0; (2018-3-3)
49. Ep 46: 命题4, 可展曲面与平面间存在一对应关系, 使得存在对应点, 它们具有相同的基本形式; (2018-3-3)
50. Ep 47: C是S的曲率线 <=> 沿C, S的法线曲面是可展的; (2018-3-3)
51. Ep 48: 向量场, 切向量场, 法向量场; 活动标架, 标准正交标架; (2018-3-3)
52. Ep 49: W变换的系数矩阵; (2018-3-3)
53. Ep 50: 运动方程(曲面的基本公式), Gauss公式, Weingarten公式; 曲面的结构方程; (2018-3-3)
54. Ep 51: 内蕴量, 仅由第一基本形式确定的几何量(弧长, 夹角, 面积); 黎曼曲率张量; 高斯绝妙定理; (2018-3-3)
55. Ep 52: 定理1(曲面论基本定理); (2018-3-3)
56. Ep 53: 完全可积; (2018-3-3)
57. Ep 54: 定理2, 若两曲面具有相同的第一第二基本形式, 则具有合同变换; (2018-3-3)
58. Ep 55: example; (2018-3-3)
59. Ep 56: 一次微分形式; 定义外积(反交换律, 分配律); 二次微分形式; (2018-3-3)
60. Ep 57: r次微分形式; 外微分; 闭微分形式, 恰当微分形式; (2018-3-3)
61. Ep 58: 正交标架的运动方程; (2018-3-3)
62. Ep 59: homework; (2018-3-3)
63. Ep 60: 命题1, K = det(B) = h11h22 - h22^2; H = (h11 + h22)/2; 结构方程; (2018-3-3)
64. Ep 61: 主曲率为常数的曲面的分类(全脐点曲面); (2018-3-3)
65. Ep 62: 内蕴几何, 仅由第一基本形式确定的几何; (2018-3-3)
66. Ep 63: 等距变换; 定理, 等距<=>I(u, v) = I’(u’, v’); 命题2, 可展曲面与平面等距; 命题3, Gauss曲率k是等距变换的不变量; (2018-3-3)
67. Ep 64: 切映射; (2018-3-3)
68. Ep 65: 命题2, 等距变换 <=> 切映射下, 向量内积与原来相等; 保角变换, 任意两条曲线夹角不变; 命题3, 保角变换 <=> I’ = (lambda^2)\*I; (2018-3-3)
69. Ep 66, 67: 定理4, 任意曲面局部与平面成保角对应; 等温参数; (2018-3-3)
70. Ep 68: 协变导数; (2018-3-4)
71. Ep 69: 协变微分; (2018-3-4)
72. Ep 70: 协变导数; 命题1, D(x+y) = D(x)+D(y), D(fx) = (df)X + fDx, d<x, y> = <Dx, y> + <x, Dy>; 平行向量场; (2018-3-4)
73. Ep 71: 可以将切向量沿曲线平行移动; 命题3, 沿曲线的平行移动保持向量的长度和夹角不变; 命题4, 曲面上平行移动一般与路径有关; 自平行曲线, 切向量沿自身平行的曲线; (2018-3-4)
74. Ep 72: 测地曲率; 命题1, 曲面上曲线的曲率k, 法曲率kn及测地曲率kg满足k^2 = kn^2 + kg^2; (2018-3-4)
75. Ep 73: 命题2, Liouville公式; (2018-3-4)
76. Ep 74: 测地线, 曲面上测地曲率恒为0的曲线; 定理, 测地线唯一存在定理; (2018-3-4)
77. Ep 75: 命题4, 曲线是测地线 <=> 直线或曲线的主法向量和曲面的法向量平行; 命题5, 测地线是等距不变的性质; 命题6, 测地线是自平行曲线; (2018-3-4)
78. Ep 76: 弧长的变分; (2018-3-4)
79. Ep 77: 推论, 曲线上连接p, q两点弧长最短的曲线, 一定是测地线, 反之不一定成立; 半测地坐标系, 有一族参数曲线为测地线的正交参数坐标系; I = du^2 + G\*dv^2; (2018-3-4)
80. Ep 78: 对于曲面上任一点P, 在P的某一邻域上, 一定存在以P为原点的测地平行坐标系, 使I = du^2 + G\*dv^2, G(0, v) = 1, Gu(0, v) = 0; (2018-3-4)
81. Ep 79: 定理2, 具有相同常高斯曲率的曲面一定成等距对应; (2018-3-4)
82. Ep 80: 指数映射; (2018-3-4)
83. Ep 81: 法坐标系; (2018-3-4)
84. Ep 82: 测地极坐标; 测地射线; (2018-3-4)
85. Ep 83: 测地线的弧长极小性; 极小测地线; (2018-3-4)
86. Ep 84: 定理5, 测地极坐标的第一基本形式为 I = dp^2 + Gdo^2, 且满足limsqrt(G) = 0; (2018-3-4)
87. Ep 85: Gauss-Bonnet公式; (2018-3-4)
88. Ep 86: 测地N多边形内角和; (2018-3-4)
89. Ep 87: 梯度, 定义为df的对偶向量; (2018-3-4)
90. Ep 88: 推论, 曲面上的平行移动与路径无关 <=> 曲面是可展曲面(k=0); (2018-3-4)
91. Ep 89: 散度; (2018-3-4)
92. Ep 90: Laplace算子; Hess算子; 命题3, 格林公式; (2018-3-4)
93. Ep 91: 极小曲面面积的极小性; (2018-3-4)
94. Ep 92: 回顾; 合同变换, 刚体运动; 正则曲线, 弧长参数, Frenet标架TNB; 曲率, 挠率; 特殊曲线(直线, 圆, 螺线); 各种曲率(法曲率, 主曲率, 测地曲率, 高斯曲率, 平均曲率), Weingarten变换, 点的分类(渐进分类, 主方向分类), 特殊方向(渐进方向, 主方向), 特殊曲线(渐近线, 曲率线, 测地线), 特殊参数网(正交网, 曲率线网, 测地平行坐标系), 特殊曲面(可展曲面, 极小曲面, 常高斯曲率曲面); (2018-3-5)
95. Ep 93: 曲面的整体定义, 正则曲面; 微分流形; 坐标邻域, 微分流形, 光滑流形; (2018-3-5)
96. Ep 94: 命题1, 曲面S为极小曲面 <=> S的面积关于固定边界的变分都达到临界值; 命题2, 若曲面S在所有过边界曲面中面积最小, 则S必为极小曲面; (2018-3-5)
97. Ep 95: 内蕴量, 等距变换; 协变微分(普通微分取切平面部分), 平行向量场; 曲线计算, 弧长, 曲率和挠率; 曲面计算, 第一第二基本形式, 各种曲率(高斯曲率, 平均曲率, 主曲率), 测地线(特殊曲面), 弧长, 夹角, 面积; 公式, Frenet公式, Euler公式, Liouville公式, Gauss-Bonnet公式, 正交网下的Gauss方程; 理论, 曲线论基本定理, 曲面论基本定理, Gauss绝妙定理; (2018-3-5)
98. Ep 96: homework; (2018-3-5)
99. -